

## I. Vorüberlegungen

Bei der Bearbeitung mathematischer Inhalte mit Hilfe informationstechnologischer Medien bieten sich prinzipiell mehrere Möglichkeiten an:

1. Die Verwendung spezieller sachgebietsgebundener Übungssoftware (z. B. Bruchrechentrainer oder Geometriepakete)
2. Der Einsatz allgemeiner Mathematikprogramme, die ein breites Mathematikspektrum abdecken (z. B. Mathematica oder Maple)
3. Der Einsatz sogenannter Standardsoftware, die in der Regel vorkonfigurierten Komplettsystemen beigelegt wird

Die genannten drei Bereiche weisen Vor- und Nachteile hinsichtlich des Medieneinsatzes auf.

- Zu 1. Sachgebietsgebundene Übungssoftware kommt methodischen und didaktischen Intentionen dann sehr nahe, wenn sie einer professionellen Entwicklungsumgebung entstammt. Dieser Fall ist jedoch längst nicht immer gegeben.
- Zu 2. Die genannten Mathematikprogramme sind hinsichtlich Handhabung (ohne Verwendung spezieller methodischer Makros) nicht unbedingt für untere Jahrgangsstufen geeignet. Darüber hinaus ist das gegebene umfangreiche Mathematikspektrum für jüngere Schüler eher verwirrend, als dass es zur Problemlösung beiträgt. Programme dieser Art eignen sich besser für Neigungskurse und höhere Jahrgangsstufen. Diese Nachteile überdecken den Vorteil der sauberen Abbildung mathematischer Inhalte und Strukturen.
- Zu 3. Bei der Standardsoftware, die auf vorkonfigurierten Komplettsystemen installiert ist, handelt es sich um Tabellenkalkulationsprogramme. Programme dieser Art deckten ursprünglich kalkulatorische betriebswirtschaftliche und sich wiederholende Berechnungsschemata und tabellenorientierte technische oder naturwissenschaftliche Lösungsmuster ab. Der wachsende Bedarf an Funktionen aus den Bereichen Wirtschaft, Technik und allgemeiner Mathematik führte zu einer Fortschreibung des Funktionsumfangs solcher Kalkulationssysteme.

Das gegenwärtig vorfindbare Leistungsspektrum deckt die Bereiche Arithmetik, Statistik und grafische Präsentation in vielen Punkten ab. Demzufolge lassen sich solche Systeme auch in vielen Bereichen des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe I unterstützend einsetzen und bieten in Erweiterung dazu die Möglichkeit, den Umgang mit informationstechnologischen Werkzeugen zu schulen. Dies wiederum trägt zur Ausbildung und Förderung der Medienkompetenz bei.

Bei den Punkten 1 und 2 wirkt sich darüber hinaus nachteilig aus, dass die Werkzeuge von den Schülern nicht für die häusliche Vor- und Nachbereitung verwendet werden können, da sie aufgrund ihres speziellen Einsatzgebietes nicht weit verbreitet sind und somit nur zu entsprechend hohen Preisen auf dem Markt angeboten werden. Dagegen verfügt fast jeder Besitzer eines Personal - Computers über ein Tabellenkalkulationsprogramm.

## II. Themenauswahl

Aus dem schuleigenen Lehrplan für das Fach Mathematik eignen sich die Themenblöcke Zinsrechnung und/oder Stochastik in besonderer Weise für den Einsatz einer Tabellenkalkulation. Lässt sich der Bereich Stochastik aufgrund seiner Wesensart mit einer hinreichenden Methoden- und Medienvielfalt aufbereiten, ist es dagegen für den Bereich Zinsrechnung etwas schlechter bestellt. Das Anwendungsspektrum der **reinen** Zinsrechnung ist nicht unbedingt deckungsgleich mit der Lebenswirklichkeit. Die typischen Zinsgeschäfte, die Schüler in der **Realwelt** vorfinden, sind Zins- und Zeitgeschäfte. Die hiermit verbundenen Fragestellungen lassen sich folgendermaßen formulieren:

1. Wann ist ein Kredit unter bestimmten Rahmenbedingungen getilgt?
2. Wie lange muss ich sparen, um ein bestimmtes Sparziel zu erreichen?
3. Welchen Zinssatz muss ich aushandeln, um eine bestimmte Rendite zu erwirtschaften?
4. Ist ein Leasinggeschäft günstiger als ein Ratengeschäft?

An den Fragestellungen erkennt man leicht, dass die Zinseszins- und/oder Tilgungskomponente eine wesentliche Rolle spielt. Wählt man zur Lösung das Exponentialkalkül, fällt die Behandlung der Thematik selbstverständlich aus dem Mathematikunterricht der Jahrgangsstufe 8 heraus. Wählt man dagegen zur Aufgabenlösung das elementar-iterative Verfahren, so bringt der Lösungsweg keine mathematischen Neuigkeiten mit sich. Das Beschreiten manuell-iterativer Lösungswege ist natürlich ein zeitraubendes Lösungsverfahren und kann schon des-

halb nicht durchgängiges Unterrichtsprinzip sein. Zudem ist es ja gerade die Aufgabe der Mathematik, für iterative Vorgänge brauchbare Näherungsformeln für ein handliches Lösungskalkül zu ermitteln und bereitzustellen. Dies bedeutet jedoch nicht, dass iterative Lösungswege nicht beschränkt werden sollen. Auf dem Weg zur Mathematisierung sind diese Lösungswege wichtig. Dies gilt umso mehr, wenn geeignete Werkzeuge für solche Wege verfügbar sind. Von der Grundstruktur her sind Tabellenkalkulationssysteme das Mittel der Wahl.

### III. Der Einstieg in die Zinseszinsrechnung mit Hilfe der Tabellenkalkulation

Im ersten Schritt sind die Schüler mit dem Aufbau und der Funktionsweise der Tabellenkalkulation vertraut zu machen.

#### III.1. Zeilen, Spalten und Zellen

Der Aufbau eines Kalkulationsblattes ist für jeden Schüler, der das Spiel „Schiffe versenken“ kennt, schnell zu erfassen.

Ein Kalkulationsblatt besteht aus Zeilen und Spalten. Genau dort, wo sich eine Zeile mit einer Spalte trifft, entsteht eine Zelle. Somit kann man jeder Zelle eindeutig eine Zelladresse zuordnen.

Abb. 1: Zelladresse

	A	B	C
1	Januar	Februar	März
2	1002	989	768

Ordnet man nun den Zeilen fortlaufend bei eins beginnend Zahlen und den Spalten fortlaufend bei A beginnend Buchstaben zu, dann kann in Abbildung 1 der Zelle, die das Wort *Februar* enthält, die Adresse B1 zugeordnet werden. Denkbar wäre auch die Adresse 1B. Nach den Konventionen, die Excel zugrunde liegen, wird jedoch zunächst die Spalten- und anschließend die Zeilenkennung angegeben.

#### III.2. Zellinhalte

Im zweiten Schritt müssen Vereinbarungen über zulässige Zellinhalte getroffen werden. Hier sind folgende Objekte zu vereinbaren: *Zahlen, Texte, Formeln und Funktionen*.

Hierbei ist das Augenmerk besonders auf die Formeln zu richten. Für die Schüler existieren in diesem Alter zwei für sie wesensfremde Formelkategorien:

1. Formeln, in denen nur Zahlen und Verknüpfungssymbole vorkommen
2. Formeln, die Variablen und Mischformen enthalten können

Nun kommt es für den Lehrenden darauf an, für die Schüler deutlich den Zusammenhang zwischen der ihnen bekannten Variablendarstellung und der Variablen „Zelladresse“ herzustellen.

Im Mathematikunterricht gilt eine Variable als *Platzhalter* für eine Zahl. In der Tabellenkalkulation übernimmt die Zelladresse die Funktion einer Variablen. Hinter einer Zelladresse kann somit eine Zahl stehen. Ebenso wie man im Mathematikunterricht Variablen algebraisch verknüpfen kann, ist dies auch mit Zelladressen innerhalb eines Kalkulationsblattes möglich.

Abb. 2: Zellverknüpfungen

	A4		
	A	B	C
1	45		
2	56		
3	121		
4	222		

Wird der markierten Zelle (A4) die Verknüpfung  $=A1+A2+A3$  zugewiesen, so bildet das Kalkulationssystem automatisch den Wert der Summe aus den Zahlen in den angegebenen Zellen und trägt diesen in die Zelle A4 ein.

Wird nun beispielsweise der Wert in der Zelle A1 geändert, so wird automatisch der Wert der Summe  $A1+A2+A3$  neu berechnet und die Zelle A4 wird um den neuen Wert aktualisiert.

### III.3. Erstellung einer Zinseszinstabelle

Zinseszinstabellen lassen sich nach dem Prinzip der „gestuften Schwierigkeitsgrade“ anlegen. Bis zu welcher Stufe man die Lerngruppe führt, ist von der Lern- und Leistungsfähigkeit der betreffenden Lerngruppe abhängig.

#### III.3.1. Zinseszinstabelle mit ausschließlich relativer Adressierung

Als Berechnungsbeispiel dient eine nicht nachschüssige Kapitalverzinsung bei gleich bleibendem Zinssatz.

Damit die Schüler die Berechnungsdaten stets vor Augen haben, sollten diese an erster Stelle im Kalkulationsblatt stehen.

Abb. 3: Berechnungsdaten

	A	B	C
1	<b>Zinseszinsrechnung</b>		
2			
3	Startkapital in Euro		1.500
4	Zinssatz pro Jahr in %		3,50
5	Laufzeit in Jahren		13

Um die in Abb. 3 gezeigte Darstellung zu erhalten, sind Textformatierungen und gegebenenfalls Zellverbindungen erforderlich. Die Textformatierung (hier die Schriftgröße) wird analog der Textformatierung unter Word vorgenommen. Der zu verändernde Text wird markiert. Anschließend ist über die Symbol-

leiste oder über die Menüführung die Formatierung vorzunehmen.

Bei der Formatierung mit Hilfe der Menüleiste geht man folgendermaßen vor:

- Menüpunkt *Format* auswählen
- Aus dem nachfolgenden Menü den Punkt *Zellen* auswählen
- Im Menüfenster *Zellen formatieren* (s. Abb. 4), den Punkt *Schrift* auswählen und dort die Schriftgröße einstellen

Abb. 4: Formatauswahl

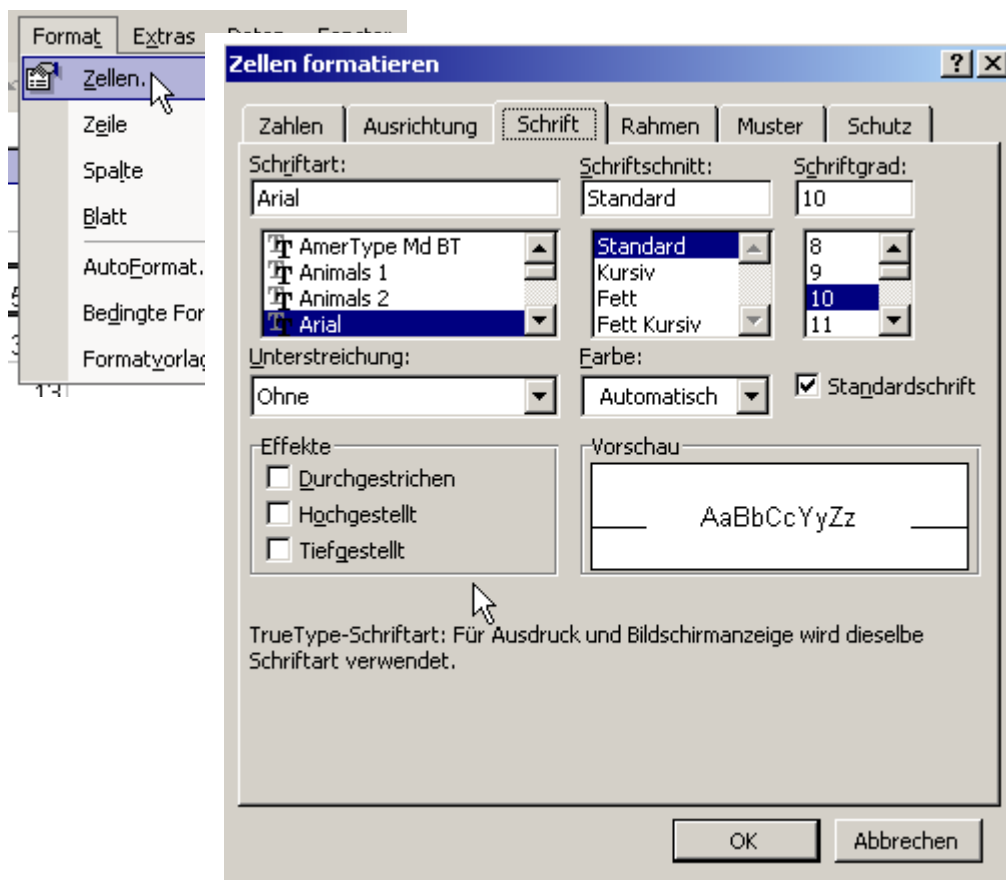
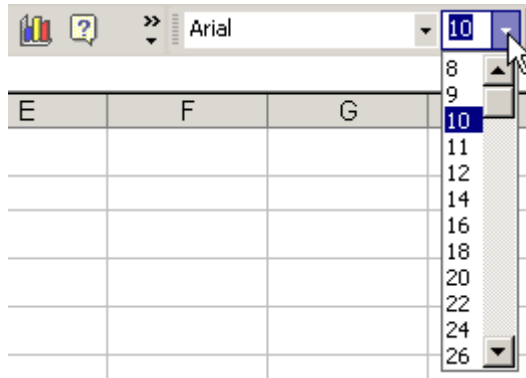


Abb. 5: Textformatierung über Symbolleiste



Die Abbildung 5 zeigt die alternative Textformatierung über die Symbolleiste.

### III.3.2. Aufbau der Zinseszinstabelle – die Startzeile

Für jede Verzinsungsperiode (hier ein Jahr) wird das alte Kapital und das neue Kapital ausgegeben (s. Abb. 6).

Abb. 6: Startzeile der Zinsstabelle

8	Laufzeit (Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	1500	52,5	1552,5
10				

Diese Startzeile ist für die nachfolgenden Berechnungen wichtig, da sich Zellverknüpfungen auf diese

Zeile beziehen. Die Abb. 7 zeigt die hinter den Werten liegenden Formeln mit den entsprechenden Zelladressen.

Abb. 7: Startzeile mit Formeln

	A	B	C	D
8	Laufzeit (Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	1500	=B9*3,5/100	=B9+C9

Für die Verknüpfungsoperationen gelten folgende Übereinkünfte:

- \* bedeutet Multiplikation
- / bedeutet Division
- + bedeutet Addition
- - bedeutet Subtraktion

Das Ausgangskapital im ersten Zinsjahr steht in der Zelle mit der Adresse B9. Somit lassen sich die Jahreszinsen mit der Formel  $B9 \cdot 3,5 / 100$  berechnen. Das neue Kapital am Ende der betreffenden Verzinsungsperiode ergibt sich aus dem Ausgangskapital (Zelle B9) und den Zinsen in dieser Periode (Zelle C9). Daraus resultiert der Wert der Summe  $B9 + C9$ .

Um nun nicht die fortlaufenden Jahre manuell in die Jahresspalte eintragen zu müssen, wird in der *Fortpflanzungszeile* die Berechnungsformel für das betreffende Jahr aus dem vorhergehenden Jahr eingetragen. Das zweite Verzinsungsjahr errechnet sich aus dem ersten Verzinsungsjahr (Zelle A9) plus eins. Daraus ergibt sich die Zellverknüpfung  $A9 + 1$ .

8	(Jahre)
9	1
10	=A9+1

sungsjahr (Zelle A9) plus eins. Daraus ergibt sich die Zellverknüpfung  $A9 + 1$ .

Da wir eine Laufzeit von 13 Jahren haben, benötigen wir in der Jahresspalte 13 Einträge. Die noch fehlenden 11 Einträge lassen sich durch „grafisches“ Kopieren erzeugen. Hierzu führt man den Mauszeiger auf die untere rechte Ecke der Zelle A10 (der Mauszeiger wechselt seine Gestalt in ein Kreuz um), hält die linke Maustaste gedrückt und führt das Kreuz auf die Zelle A21.

8	(Jahre)
9	1
10	2
11	3
12	4
13	5
14	6
15	7
16	8
17	9
18	10
19	11
20	12
21	13
22	

Das Kalkulationssystem errechnet automatisch den Wert der nachfolgenden Zelle aus der vorgehenden Zelle unter Anwendung der kopierten Berechnungsformel. Darüber hinaus erfolgt selbstverständlich auch eine Änderung der Berechnungsformel:

- $A_{10} = A_9 + 1$
- $A_{11} = A_{10} + 1$
- ...
- $A_{21} = A_{20} + 1$

Genau in dieser Berechnungsautomatik liegt die Stärke einer Tabellenkalkulation.

Abb.8: Kapitalübertrag

8	(Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	1500	52,5	1552,5
10	2	=D9		

Das neue Kapital der ersten Verzinsungsperiode (Zelle D9) wird als altes Kapital der zweiten Verzinsungsperiode (Zelle B10) übertragen

und die Berechnung des neuen Kapitals wird entsprechend der vorhergehenden Zeile vorgenommen.

Wir erhalten dann den Kalkulationsausschnitt, der in Abb. 9 dargestellt ist.

Abb. 9: Fortpflanzungszeile der Kapitalberechnung

8	(Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	1500	52,5	1552,5
10	2	1552,5	54,3375	1606,8375

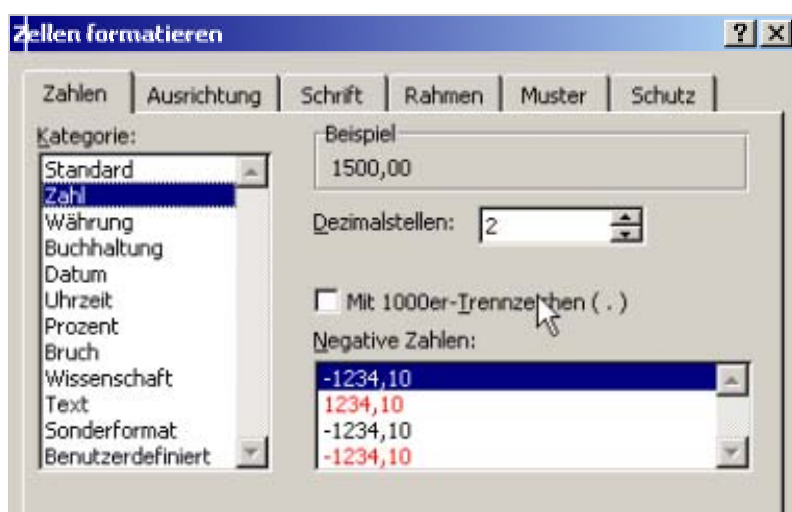
Im letzten Schritt wird die Fortpflanzungszeile 10 „grafisch“ kopiert (s. Abb. 10). Die Erläuterung zum Kopiervorgang und zur Berechnungsautomatik findet man auf der vorherigen Seite .

Abb. 10: „Grafisches“ Kopieren der Fortpflanzungszeile zur Kapitalberechnung

8	(Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	1500	52,5	1552,5
10	2	1552,5	54,3375	1606,8375
11	3	1606,8375	56,239313	1663,076813
12	4	1663,076813	58,207688	1721,284501
13	5	1721,284501	60,244958	1781,529458
14	6	1781,529458	62,353531	1843,88299
15	7	1843,88299	64,535905	1908,418894
16	8	1908,418894	66,794661	1975,213555
17	9	1975,213555	69,132474	2044,34603
18	10	2044,34603	71,552111	2115,898141
19	11	2115,898141	74,056435	2189,954576
20	12	2189,954576	76,64841	2266,602986
21	13	2266,602986	79,331105	2345,934091
22				

Im letzten Schritt sollten noch die Geldbeträge auf zwei Nachkommastellen (mit kaufmännischer Rundung) dargestellt werden.

Abb. 11: Formatieren von Zellinhalten



Hierzu markiert man den Bereich, der zu formatieren ist. Der Mauszeiger verbleibt danach im markierten Bereich. Anschließend wird durch Drücken der rechten Maustaste das Kontextmenü zur Formatierung angezeigt (s. Abb. 11).

Nach der Zellformatierung erhält man die Zahlendarstellung in Abb. 12

Abb.: 12: Zellformatierung mit 2 Nachkommastellung

8	(Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	1500,00	52,50	1552,50
10	2	1552,50	54,34	1606,84
11	3	1606,84	56,24	1663,08
12	4	1663,08	58,21	1721,28
13	5	1721,28	60,24	1781,53
14	6	1781,53	62,35	1843,88
15	7	1843,88	64,54	1908,42
16	8	1908,42	66,79	1975,21
17	9	1975,21	69,13	2044,35
18	10	2044,35	71,55	2115,90
19	11	2115,90	74,06	2189,95
20	12	2189,95	76,65	2266,60
21	13	2266,60	79,33	2345,93
22				

### III.3.3. Zinseszinstabelle mit zusätzlicher absoluter Adressierung

Das oben dargestellte Kalkulationsschema gewinnt an Flexibilität, wenn in der Startzeile (Abb. 7) das Startkapital und der Zinssatz absolut adressiert werden. Der Vorteil kann schnell erkannt werden, wenn die Zinseszinsberechnung mit diesen beiden Größen variiert wird. Praxisnahe Fragestellungen treffen genau diesen Sachverhalt.

Wird innerhalb einer Zellverknüpfung die Zelladresse in der Form  $C4$  angegeben, wird beim Kopieren dieser Zellverknüpfung bei einem vertikalen Kopiervorgang die Zeilenadresse automatisch in der Folge  $C5, C6, C7...$  erhöht. Erfolgt dagegen der Kopiervorgang horizontal, wird die Spaltenadresse automatisch inkrementiert ( $D5, E5, F5...$ ). In diesem Fall wird die Zelladresse *relativ* angegeben. Bei einem Kopiervorgang nimmt das Kalkulationssystem stets Bezug auf die Position der Vorgängerzelle und berücksichtigt bei der inkrementellen Arithmetik den Richtungsvektor der Nachfolgerzelle.

Wird dagegen innerhalb einer Zellverknüpfung die Zelladresse in der Form  $\$C\$4$  angegeben, dann bezieht sich das Kalkulationssystem bei jedem Kopiervorgang exakt auf diese Zellposition. Ein Inkrementieren findet nicht statt.

Wählen wir als Ausgangsdaten die Angaben in Abb. 3, dann erhalten wir unter Verwendung der absoluten Adressierung die Abb. 13.

Abb. 13: Verwendung der absoluten Zelladressierung

8	Laufzeit (Jahre)	altes Kapital	Zinsen	neues Kapital
9	1	=C\$3	=B9*\$C\$4/100	=B9+C9
10	=A9+1	=D9	=B10*\$C\$4/100	=B10+C10
11	=A10+1	=D10	=B11*\$C\$4/100	=B11+C11
12	=A11+1	=D11	=B12*\$C\$4/100	=B12+C12
13	=A12+1	=D12	=B13*\$C\$4/100	=B13+C13
14	=A13+1	=D13	=B14*\$C\$4/100	=B14+C14
15	=A14+1	=D14	=B15*\$C\$4/100	=B15+C15
16	=A15+1	=D15	=B16*\$C\$4/100	=B16+C16
17	=A16+1	=D16	=B17*\$C\$4/100	=B17+C17
18	=A17+1	=D17	=B18*\$C\$4/100	=B18+C18
19	=A18+1	=D18	=B19*\$C\$4/100	=B19+C19
20	=A19+1	=D19	=B20*\$C\$4/100	=B20+C20
21	=A20+1	=D20	=B21*\$C\$4/100	=B21+C21

Der Abbildung kann man in der Spalte *Zinsen* entnehmen, dass der Zinssatz für alle Zinsperioden aus der Zelle C4 entnommen wird. Die anderen Zellbezüge werden entsprechend der Kopierrichtung inkrementiert. Werden nun das Startkapital (Zelle C3) und/oder der Zinssatz (Zelle C4) variiert, muss in die Kalkulationstabelle nicht mehr eingegriffen werden. Unter ausschließlicher Verwendung der relativen Adressierung wäre in Zeile 9 eine Änderung des Startkapitals und in der kompletten Spalte *Zinsen* eine Änderung des Zinssatzes erforderlich.